

Décembre 2020

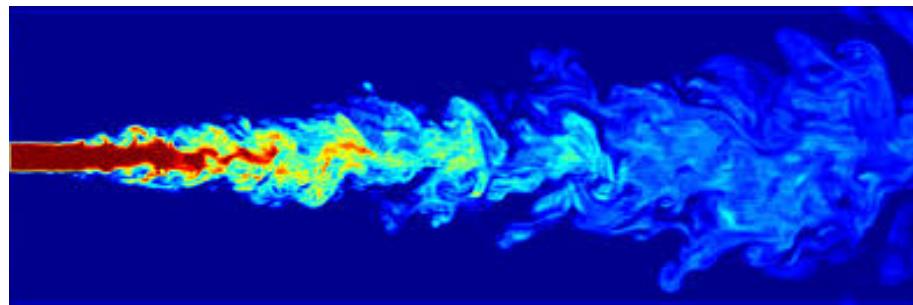
---

# EXPÉRIENCES NUMÉRIQUES DE MÉCANIQUE DES FLUIDES

*Jet turbulent*

---

Samuel ATLAN & Romain HEMON



# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>2</b>
1.1	Objectif . . . . .	2
1.2	Présentation du problème . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Mise en place du calcul</b>	<b>3</b>
2.1	Hypothèses . . . . .	3
2.2	Maillage . . . . .	3
2.3	Conditions aux limites . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Résultats et discussions</b>	<b>5</b>
3.1	Lignes de courants . . . . .	5
3.2	Largeur du jet . . . . .	5
3.3	Vitesse du jet en $y=0$ . . . . .	7
3.4	Profil vertical de vitesse horizontal . . . . .	8
3.5	Champ de vitesse verticale . . . . .	9
3.6	Affinité du profil des vitesses . . . . .	10
3.7	Viscosité turbulente normalisée . . . . .	11
<b>4</b>	<b>Conclusion</b>	<b>13</b>
<b>5</b>	<b>Références bibliographiques</b>	<b>14</b>

# 1. Introduction

## 1.1 Objectif

Le but de ce projet est de simuler numériquement un jet turbulent en utilisant Fluent. On confrontera alors nos résultats aux prédictions théoriques effectuées sous certaines hypothèses.

## 1.2 Présentation du problème

Le gaz, de densités  $\rho$  et de viscosité  $\mu$  constantes, sort à la vitesse  $U_0$  d'une fente de petite taille  $d$ . Le nombre de Reynolds de cet écoulement vaut alors :  $R_e = \frac{dU_0\rho}{\mu} = 40000$

On considère le problème 2D dans le plan  $(x,y)$  où le jet est dirigé dans la direction  $x$ . On note  $U_j(x)$  la vitesse du gaz au centre du jet (vitesse théoriquement maximale) et  $e(x)$  la demi-largeur du jet.

Données :

- $U_0 = 50 \text{ m.s}^{-1}$
- $d = 1 \text{ cm}$
- $\rho = 1 \text{ kg.m}^{-3}$
- $\mu = 1,25 \cdot 10^{-5} \text{ kg.m}^{-1}.s^{-1}$

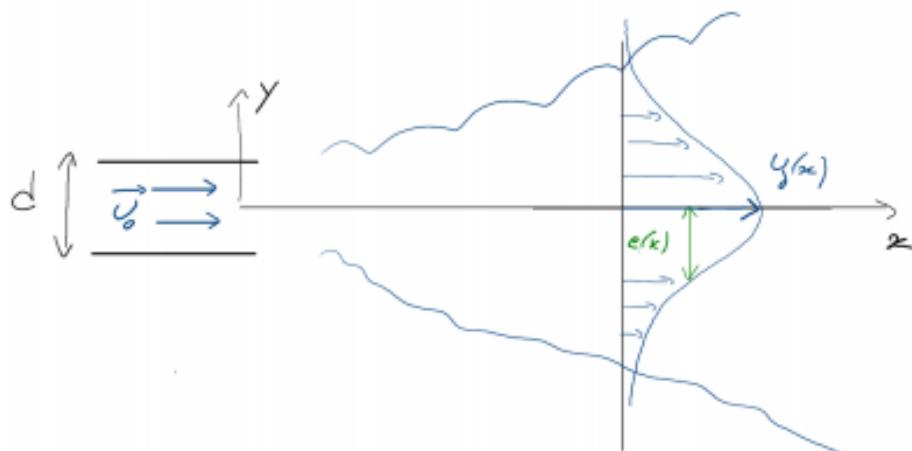


FIGURE 1.1 – Description de la configuration étudiée

## 2. Mise en place du calcul

### 2.1 Hypothèses

Les hypothèses que l'on peut faire sur cet écoulement sont les suivantes :

- $x \gg e(x)$  : la perturbation a lieu dans une zone fine du maillage
- la vitesse et la pression sont constantes en dehors de la zone perturbée
- la composante transversale de la vitesse (selon  $y$ ) est négligeable devant la vitesse longitudinale (selon  $x$ )

### 2.2 Maillage

On place le centre de la fente (sortie du jet) au point (0,0).

Le problème étant symétrique par rapport au plan  $y=0$ , on réduit le domaine d'étude en  $y > 0$ . On pourra ensuite simplement utiliser l'effet miroir sur fluent pour visualiser l'écoulement entier.

On souhaite alors travailler sur le maillage illustré ci-dessous :

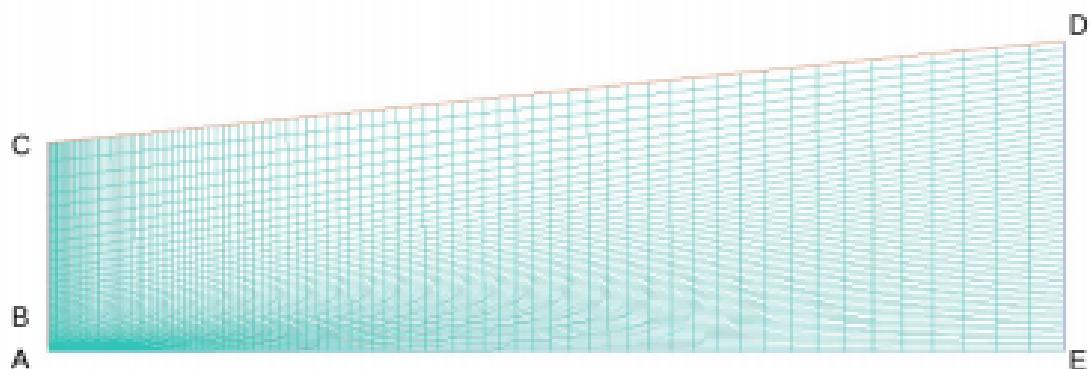


FIGURE 2.1 – Illustration du maillage

On définit ensuite les dimensions et les types de frontières.

Frontière	Dimension (m)	Type
AB	0,005	Velocity inlet (50 m/s)
BC	0,2	Velocity inlet (0 m/s)
CD		Pressure inlet (0 Pa)
DE	0,305	Pressure outlet (0 Pa)
AE	1	Symmetry

Les axes  $(O_x)$  et  $(O_y)$  sont donc respectivement identifiées par les frontières AC et AE. La moitié de la fente est située en AB, d'où le type de frontière "entrée de vitesse". La frontière BC est aussi considérée comme une "entrée de vitesse" pour permettre l'entraînement de l'air ambiant par le jet.

## 2.3 Conditions aux limites

L'écoulement étant turbulent, on choisit le modèle  $k - \epsilon$  pour résoudre les équations de transport de l'énergie cinétique turbulente  $k$  et du taux de dissipation d'énergie turbulente  $\epsilon$ .

Les fluctuations turbulentes sont quasi-nulles sur les frontières du domaine (sauf sur AB car sortie du jet). On peut alors fixer  $k$  et  $\epsilon$  à 0 sur celles-ci.

Pour la frontière AB, on préfère utiliser l'intensité turbulente et le diamètre hydraulique pour décrire la turbulence. On calcule ces paramètres grâce aux corrélations suivantes :

$$I = 0,16R_e^{-\frac{1}{8}} \approx 4,25 \cdot 10^{-2} \quad \text{et} \quad d_h = 2d = 2\text{cm}$$

Après avoir fait tout cela, on peut enfin réaliser notre calcul avec un critère de convergence égal à  $1.10^{-6}$ .

# 3. Résultats et discussions

## 3.1 Lignes de courants

Pour commencer, on visualise les lignes de courant de notre écoulement, c'est-à-dire les trajectoires des particules constituant le fluide. Par soucis de qualité, on regarde les trajectoires d'un dixième des particules.

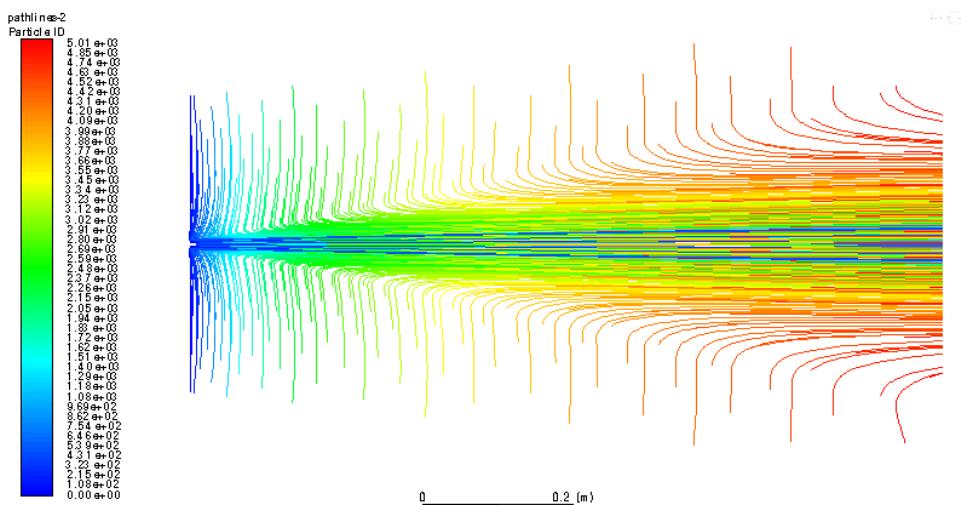


FIGURE 3.1 – Lignes de courant simulées

Chaque particule est associée à une couleur différente.

On observe alors que les particules, situées initialement à l'extérieur du jet, sont entraînées par le jet et contribuent donc à son agrandissement.

Il en résulte que le débit du fluide  $Q(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{u}_x(x, y) dy$  augmente avec  $x$ . En effet, le jet aspire de plus en plus de fluide à mesure qu'il progresse.

## 3.2 Largeur du jet

Nous allons donc ici quantifier cette agrandissement du jet par la demi-largeur de jet  $e(x)$ .

Au regard de la figure précédente (3.1), la demi-largeur semble croître linéairement avec la position  $x$ . Nous allons le vérifier en la mesurant pour différentes positions  $x$  et en traçant son évolution sur Excel.

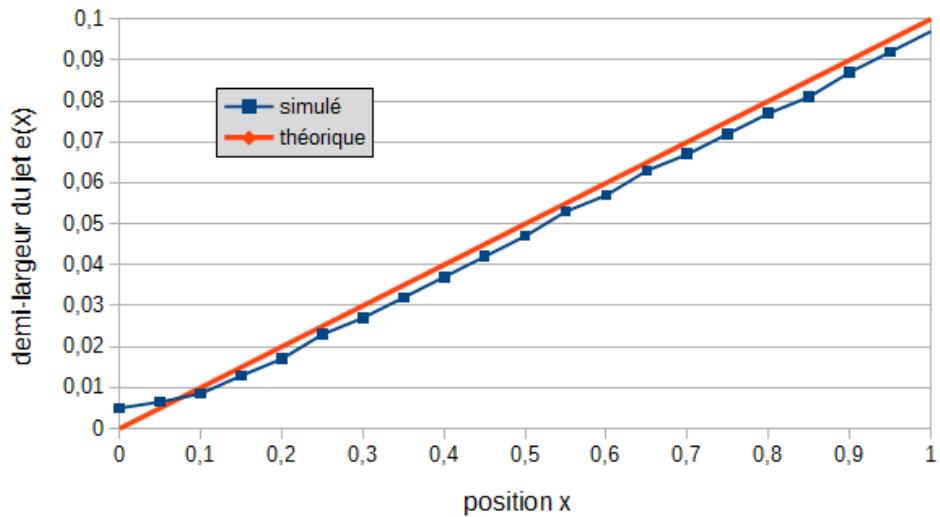


FIGURE 3.2 – Évolution de la demi-largeur du jet en fonction de la position

Cette première courbe semble vérifier notre hypothèse mais nous observons que ce n'est pas vraiment le cas pour des  $x$  inférieurs à 0,1 m.

Nous retracons alors la courbe avec plus de points pour  $0 < x < 0,3$  m.

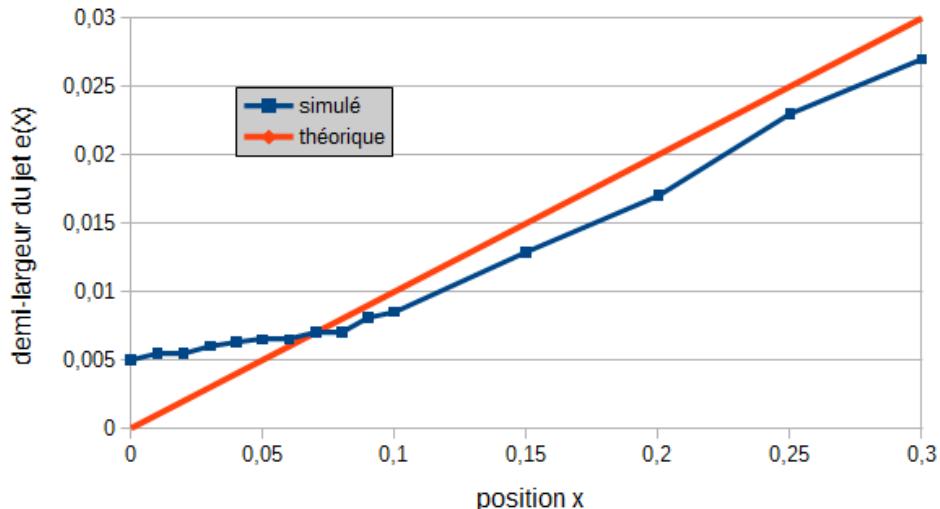


FIGURE 3.3 – Évolution de la demi-largeur du jet en fonction de la position : zoom sur les petites positions

Nous remarquons en effet un certain écart entre la théorie et la simulation pour des petits  $x$ .

Cependant, cet écart est tout à fait compréhensible puisque le jet sort d'une fente de dimension non-nulle ( $d = 0,01$  m). La demi-largeur en  $x=0$  est donc logiquement égale à  $d/2 = 0,005$  m.

On peut conclure que la demi-largeur  $e(x)$  du jet est bien proportionnelle à la coordonnée horizontale  $x$ .

### 3.3 Vitesse du jet en $y=0$

On trace maintenant l'évolution de la vitesse  $U_j(x) = U(x, y = 0)$  en fonction de la position x.

Cette vitesse est normalement la vitesse maximale du jet car c'est l'endroit à l'intérieur du jet qui est le plus éloigné de la zone extérieure et qui est donc le moins perturbée.

Théoriquement,  $U_j(x)$  évolue en  $\frac{1}{\sqrt{x}}$  car on estime, par conservation du débit, que la quantité  $U_j(x)^2 e(x)$  est constante selon x, et on a vu dans la la partie précédente, que  $e(x) \propto x$ .

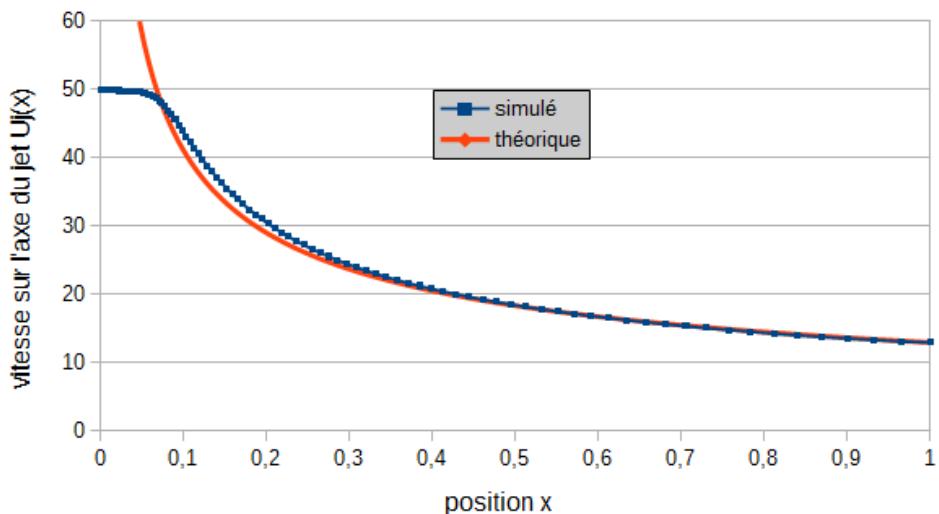


FIGURE 3.4 – Évolution de la vitesse  $U_j(x)$

On constate que la vitesse  $U_j$  vaut bien 50 m/s à la sortie du jet (en  $x=0$ ) et qu'elle diminue pour atteindre environ 13 m/s en  $x = 1\text{m}$ . Cette dernière valeur nous permet d'approcher le coefficient de proportionnalité entre  $U_j(x)$  et x :  $U_j(x) \approx \frac{13}{\sqrt{x}}$  et de tracer la courbe théorique rouge.

De plus, comme dans la partie précédente, nous remarquons la non-validité de la théorie pour des petites positions x ( $x < 0,1\text{m}$ ). Cet écart reste normal puisque la vitesse de sortie de jet n'est pas infinie, contrairement à la fonction  $\frac{1}{\sqrt{x}}$  qui tend vers l'infini en 0.

En définitive, nous pouvons considérer deux zones dans le jet : une zone initiale dans laquelle l'écoulement est uniforme ( $x < 0,1\text{ m}$  ici) et une zone pleinement développée dans laquelle l'écoulement est réellement turbulent ( $x > 0,1\text{ m}$ ).

Comme nous venons de le voir, l'écoulement dépend fortement des conditions initiales dans la zone initiale alors que dans la zone pleinement développée, le jet s'élargie et sa vitesse en  $y=0$  diminue. Cela s'explique par le phénomène d'entraînement du fluide extérieur que nous avons mis en évidence dans la partie 3.1.

### 3.4 Profil vertical de vitesse horizontale

On souhaite à présent visualiser le profil de la vitesse horizontale  $\bar{u}_x$  suivant la position  $y$ , à  $x$  fixé.

Ici, on choisira  $x = 0,6$  m, qui correspond à une position comprise dans la zone pleinement développée du jet.

Nous disposons d'une expression théorique pour la vitesse horizontale :

$$\bar{u}_x = \frac{U_j(x)}{ch^2\left(\frac{yRe_t}{x\sqrt{2}}\right)} \quad \text{avec} \quad Re_t = \frac{U_j(x)e(x)}{\nu_t(x)}$$

Cependant, cette expression fait l'hypothèse d'une viscosité turbulente indépendante de la position  $y$ .

Nous pouvons alors calculer le nombre de Reynolds turbulent théorique en  $x = 0,6$  m en utilisant l'expression précédente en  $y = e(x = 0,6) \approx 5,74 \cdot 10^{-2}$  m :

$$\frac{U_j(x)}{2} = \frac{U_j(x)}{ch^2\left(\frac{e(x)Re_t}{x\sqrt{2}}\right)} \quad \Rightarrow \quad Re_t = \frac{x\sqrt{2}}{e(x)} \operatorname{argch}(\sqrt{2}) \approx 13,03$$

On trace alors la courbe théorique (pour  $Re_t \approx 13,03$  constant selon  $y$ ) en rouge et la courbe obtenue par simulation en bleu.

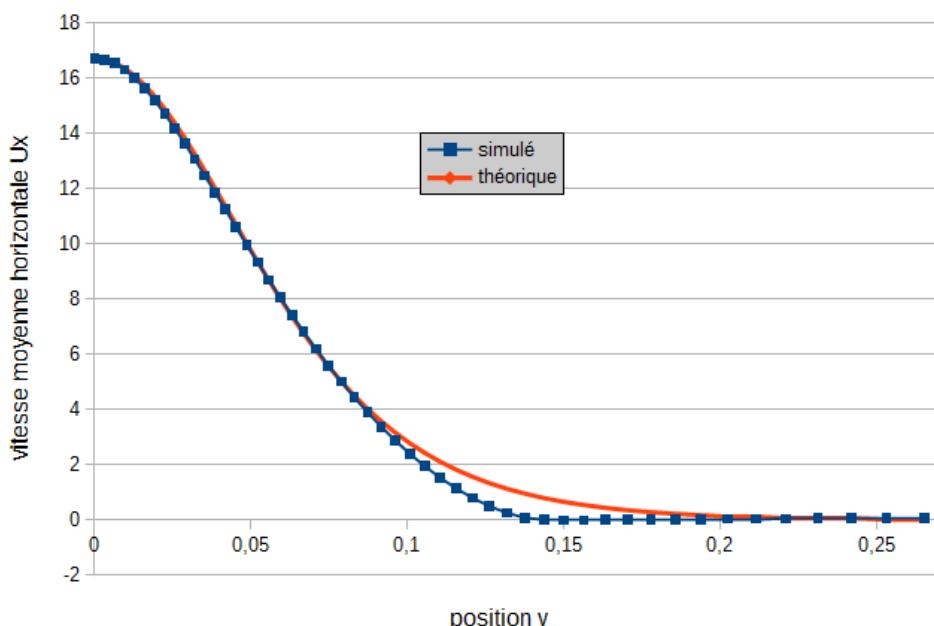


FIGURE 3.5 – Profil vertical de la vitesse horizontale

Nous constatons que la forme de la courbe simulée est cohérente avec la théorie. Néanmoins, au delà de  $y \approx 0,08m$ , la courbe simulée s'éloigne de la théorie.

On peut alors penser que l'hypothèse d'une viscosité turbulente constante selon  $y$ , et donc, d'un nombre de Reynolds turbulent également constant selon  $y$ , n'est pas correcte.

Pour essayer de comprendre cet écart, nous traçons l'évolution du nombre de Reynolds turbulent en fonction de  $y$  (toujours à  $x=0,6$  fixé) en reprenant l'expression théorique de la vitesse horizontale.

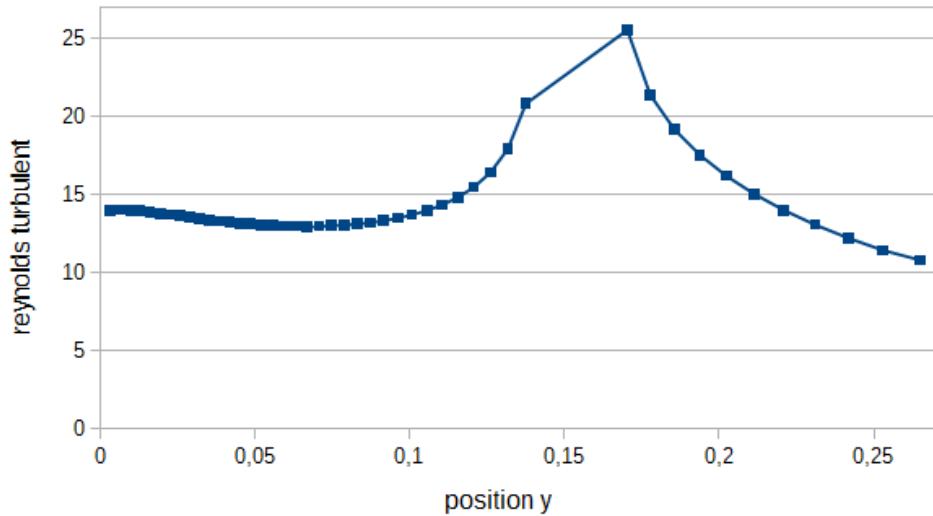


FIGURE 3.6 – Évolution du Reynolds turbulent en fonction de  $y$

Nous observons en effet que le nombre de Reynolds est à peu près constant uniquement en dessous d'une certaine valeur de la position  $y$  ( $y \approx 0,08m$ ). Cela implique donc une variation importante de la viscosité turbulente pour des positions  $y$  supérieures et donc d'un ajustement de l'expression du Reynolds turbulent (dépendance de  $y$ ).

### 3.5 Champ de vitesse verticale

On regarde à présent le champ de vitesse verticale  $u_y$  dans tout le domaine.

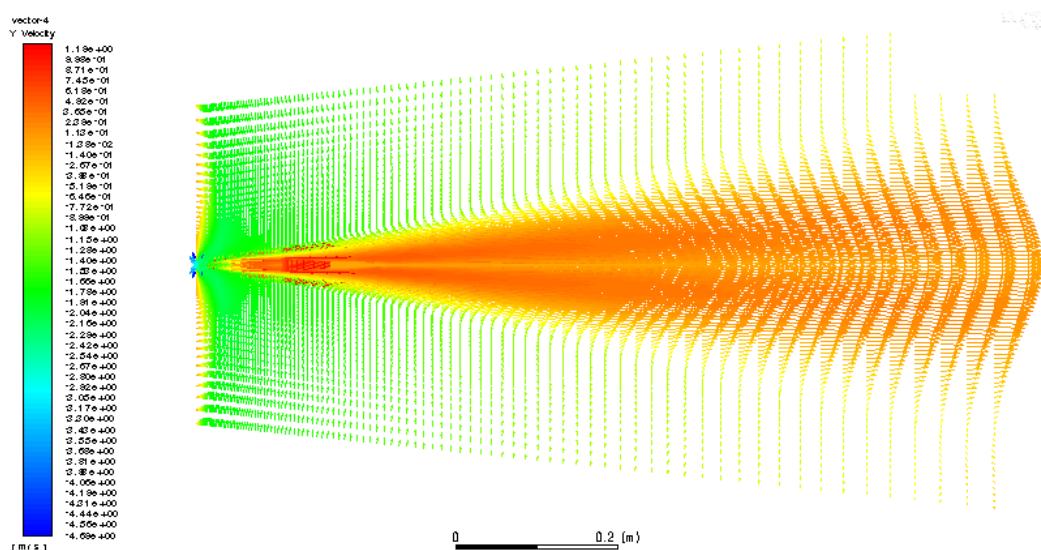


FIGURE 3.7 – Champ de la vitesse verticale

Nous constatons que la vitesse verticale à l'extérieur du jet est négative mais tend vers 0 quand  $x$  augmente. Cela traduit en effet l'aspiration des particules du fluide extérieur par le jet (observée déjà dans la partie 3.1) mais ajoute que cette aspiration est de moins en moins forte lorsqu'on s'éloigne de la fente de sortie du jet (en  $x = 0$ ).

A l'intérieur du jet ( $y < e(x)$ ), la vitesse verticale semble être majoritairement positive même si elle est négative proche de l'axe  $y = 0$ . Cette alternance de vitesse positive à négative caractérise la turbulence de l'écoulement et explique la formation de tourbillons.

D'autre part, l'amplitude de la vitesse verticale observée (inférieure à  $4 m.s^{-1}$  dans la zone initiale et inférieure à  $1 m.s^{-1}$  dans la zone pleinement développée) respecte bien l'hypothèse faite dans la partie 2.1 sur sa négligeabilité devant la vitesse horizontale.

### 3.6 Affinité du profil des vitesses

Nous souhaitons maintenant vérifier l'hypothèse d'affinité (ou d'autosimilarité) des profils de vitesse, c'est-à-dire le caractère du profil de vitesse horizontale normalisée à ne pas dépendre de la position où l'on se trouve mais simplement de sa distance transverse normalisée.

En d'autres termes, cette hypothèse se traduit par la superposition des courbes de la vitesse horizontale normalisée  $\frac{\bar{u}_x(x,y)}{U_j(x)}$  en fonction de la coordonnée verticale normalisée  $\frac{y}{e(x)}$

On décide alors de tracer ces courbes pour 3 positions  $x$  différentes :  $x = 0,005$  m ;  $x = 0,5$  m et  $x = 0,9$  m.

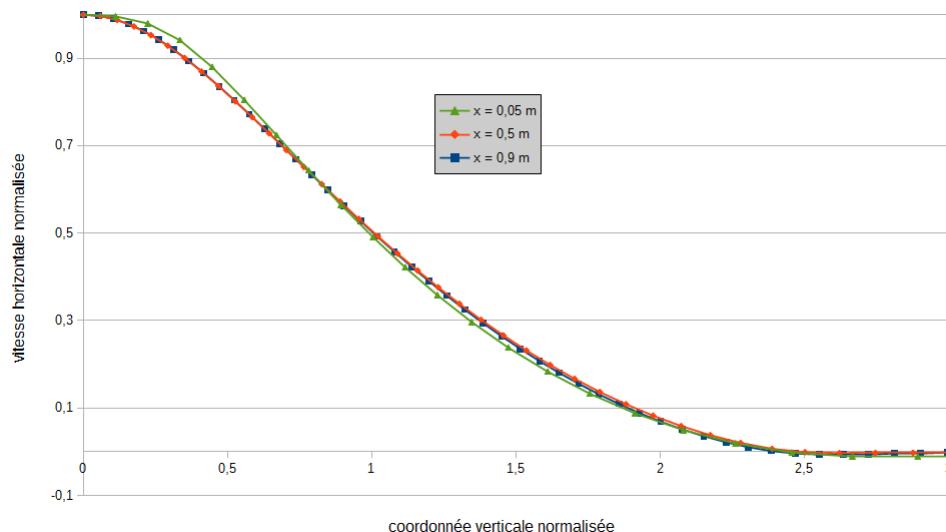


FIGURE 3.8 – Profils de vitesse horizontale normalisée en fonction de la coordonnée verticale normalisée à différentes positions  $x$

Nous pouvons alors tout à fait valider l'hypothèse d'affinité des profils de vitesse puisque les courbes se superposent quasi-parfairement peu importe les positions  $x$  choisies.

### 3.7 Viscosité turbulente normalisée

Un modèle de type longueur de mélange est utilisée pour estimer la viscosité turbulente :  $\nu_t(x, y) \sim U_j(x)e(x)$ .

Nous allons tenter de vérifier cette hypothèse en observant l'évolution sur l'axe et à différentes positions x, de la viscosité turbulente normalisée en fonction respectivement de x et de y.

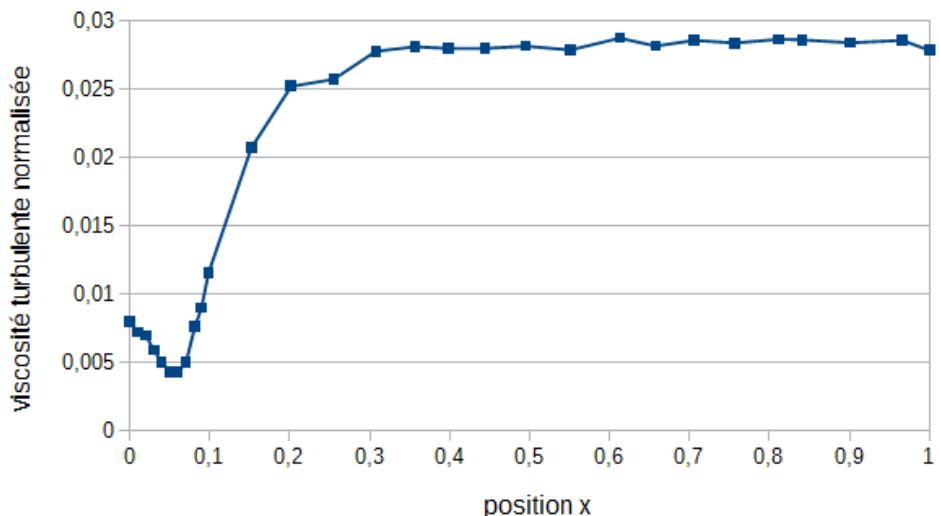


FIGURE 3.9 – Évolution sur l'axe de la viscosité turbulente normalisée

En regard de cette première figure, nous remarquons en effet que la viscosité turbulente reste constante pour des x supérieurs à 0,3 m. Nous pouvons donc dire que l'hypothèse est à priori validée dans la zone pleinement développée pour  $y = 0$ .

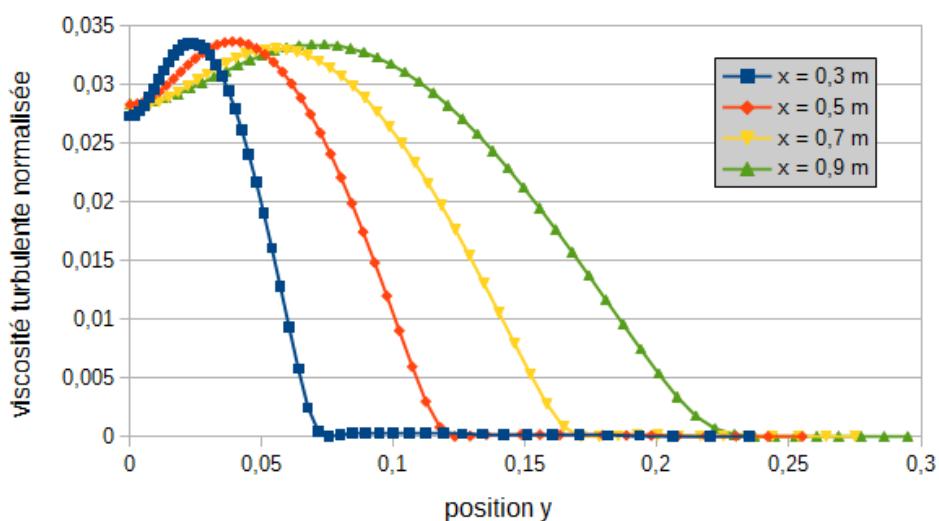


FIGURE 3.10 – Évolution pour différents x de la viscosité turbulente normalisée

La figure 3.10 montre quant à elle que les courbes de la viscosité turbulente normalisée en  $x = 0,3 \text{ m}$ ;  $x = 0,5 \text{ m}$ ;  $x = 0,7 \text{ m}$  et en  $x = 0,9 \text{ m}$  ont la même forme mais ne sont pas constantes selon  $x$ .

Retraçons alors ces courbes en fonction, cette fois-ci, de la coordonnée verticale normalisée  $\xi = \frac{y}{e(x)}$

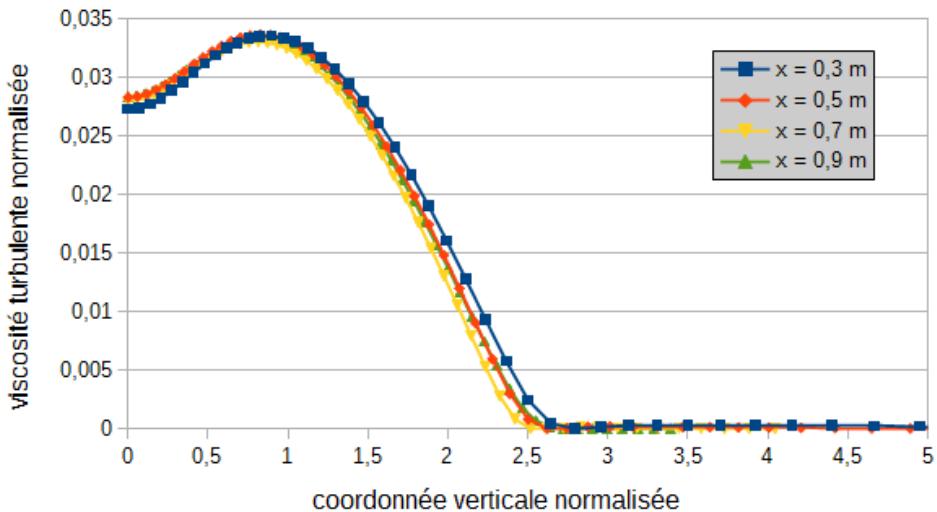


FIGURE 3.11 – Évolution pour différents  $x$  de la viscosité turbulente normalisée en fonction de la coordonnée verticale normalisée

Nous pouvons déduire de ces dernières courbes que, pour des positions  $x$  supérieures à  $0,3 \text{ m}$ , la viscosité turbulente s'écrit bien :  $\nu_t = U_j(x)e(x)\hat{\nu}(\xi)$  où  $\xi = \frac{y}{e(x)}$

La fonction  $\hat{\nu}(\xi)$  peut donc être définie par les courbes que l'on vient de tracer.

Cette fonction est donc constante selon  $x$  et cela revient à dire que :  $\nu_t \sim U_j(x)e(x)$

Par conséquent, nous pouvons confirmer l'usage du modèle de type longueur de mélange pour cet écoulement, mais seulement après une certaine position  $x$  (ici environ égale à  $0,3 \text{ m}$ ). Cela implique donc, en reprenant les résultats des parties 3.2 et 3.3, que  $\nu_t$  évolue bien en  $\sqrt{x}$

## 4. Conclusion

Pour conclure, nous pouvons affirmer que le jet plan 2D turbulent peut être simplifié par des hypothèses d'autosimilarité des profils de vitesse. Celles-ci permettent l'usage d'expressions théoriques de la viscosité turbulente, de la demi-largeur du jet et de sa vitesse à l'axe. Toutefois, ces hypothèses ne sont pas valables partout dans le domaine, mais seulement proche de l'axe  $y = 0$  et dans la zone pleinement développée ( $x > 0,3$  m).

De plus, nous avons mis en évidence le caractère entraînant du jet. Ce dernier aspire les particules du fluide environnant pour s'agrandir linéairement avec  $x$  et augmenter son débit.

Enfin, le logiciel Fluent nous a permis de nous familiariser avec le caractère tourbillonnant de cet écoulement en constatant notamment la vitesse horizontale devenir négative par endroit.

## 5. Références bibliographiques

- Cours d'introduction aux écoulement turbulents.  
Rémi Zamansky.  
INP-ENSEEIHT École nationale supérieure d'électrotechnique, d'électronique, d'informatique, d'hydraulique et des télécommunications - Toulouse
  
- Thèse de Jean Youssef : Étude expérimentale d'un jet plan turbulent se développant dans un flux uniforme en co-courant.  
ISAE-ENSMA Ecole Nationale Supérieure de Mécanique et d'Aérotechique - Poitiers, 2012.  
ffNNT : 2012ESMA0022ff. fftel-00784840f

\* \* \*

**Fin du document**