

Novembre 2022

SIMULATION D'UNE BOÎTE VIBRANTE

Milieux granulaires

Samuel ATLAN & Simon GUTTER

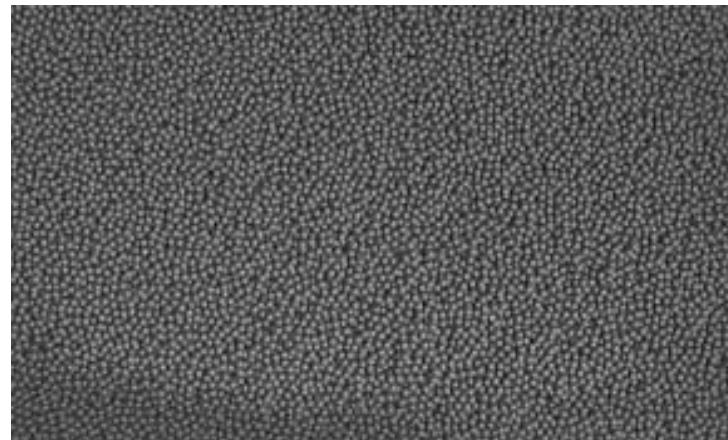


Table des matières

1	Introduction	2
1.1	Définition d'un milieu granulaire	2
1.2	Présentation du problème	2
2	Densité particulaire et température granulaire : Observations et analyses	3
2.1	Objectif	3
2.2	Echelle d'accélération : régimes observés	3
2.3	Angle de friction	5
3	Conclusion	7
4	Sources	8

1. Introduction

1.1 Définition d'un milieu granulaire

Un milieu granulaire est défini par un empilement de nombreuses particules solides ($1 \ll N \ll N_{Avogadro}$) de taille macroscopique (quelques dizaines de micromètres). La neige, le sable ou le sucre sont des exemples de milieux granulaires naturels. Les milieux granulaires sont également étudiés de près pour des enjeux industriels (préparation de médicaments, fabrication de bétons, peintures...) et agroalimentaires (maïs, blé...) car leur comportement se rapproche sur certains aspects de celui des solides et sur d'autres aspects sur celui des fluides (liquides et gaz)

Un milieu granulaire est un système athermique et à interactions dissipatives :

- la température ordinaire ne joue aucun rôle physique car l'énergie de mise en mouvement d'un grain ($E_{typique} \approx mgd$) est très supérieure à l'énergie d'agitation thermique microscopique ($K_B T$)
- les interactions entre grains (frottement solide, collisions inélastiques) sont dissipatives car elles mettent en jeu des processus complexes à des échelles inférieures à la taille du granulat.

1.2 Présentation du problème

La configuration étudiée est une configuration en boîte vibrée. En effet, nous plaçons nos particules dans une boîte dont la paroi inférieure vibre horizontalement. La hauteur de notre boîte doit être très grande devant la taille des particules pour éviter que les particules sortent du domaine. Pour simplifier le problème en le rendant 2D, la profondeur de notre boîte fait la taille des particules. Les grandeurs fixées sont regroupées dans le tableau suivant :

Hauteur de la boîte	12 m
Largeur de la boîte	1,3 m
Diamètre des particules	6.10^{-3} m
Densité des particules	2500 kg.m^{-3}

2. Densité particulaire et température granulaire : Observations et analyses

2.1 Objectif

L'objectif de ce projet est de distinguer plusieurs régimes de mélange en fonction de plusieurs configurations. Pour cela nous allons étudier la densité particulaire et le champ de température granulaire pour plusieurs fréquences d'oscillation de la paroi vibrante.

- Densité particulaire : $\Phi_p = \frac{N}{V}$ (N particules dans le volume V d'une cellule)
- Température granulaire : $T_{gran} = \frac{1}{2N} \sum [(u_x - \langle u_x \rangle)^2 + (u_z - \langle u_z \rangle)^2]$

Initialement, les particules sont placées aléatoirement en bas du domaine (sur 1,3 m) ; les oscillations se font sur $3.10^{-2} m$:

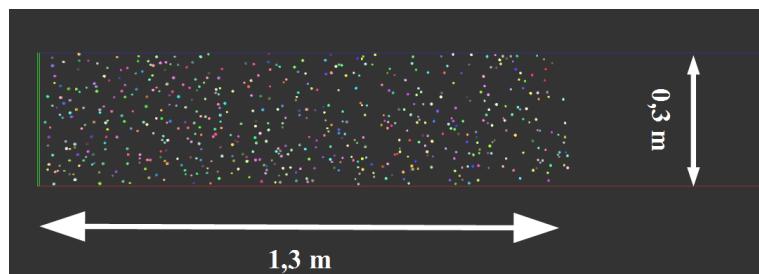


FIGURE 2.1 – État initial de notre problème

2.2 Echelle d'accélération : régimes observés

Nous souhaitons analyser l'influence d'un premier nombre sans dimension que l'on nommera A et qui fait intervenir l'accélération des oscillations a et l'accélération de la pesanteur g ($g = 9.81 \text{ m.s}^{-2}$) : $A = \frac{a}{g}$ avec $a = (2\pi f)^2 d$ où f est la fréquence des oscillations et d le déplacement d'une oscillation.

Le paramètre que l'on va faire varier est la fréquence d'oscillation des oscillations f. Nous allons donc étudier notre cas pour les différentes valeurs de f suivantes :

Régime	f (Hz)	A (sans dimension)
1	200	4824
2	100	1206
3	67	536
4	25	75

Sur la figure suivante, nous visualisons la répartition des particules, la densité particulaire et la température granulaire pour les 4 régimes :

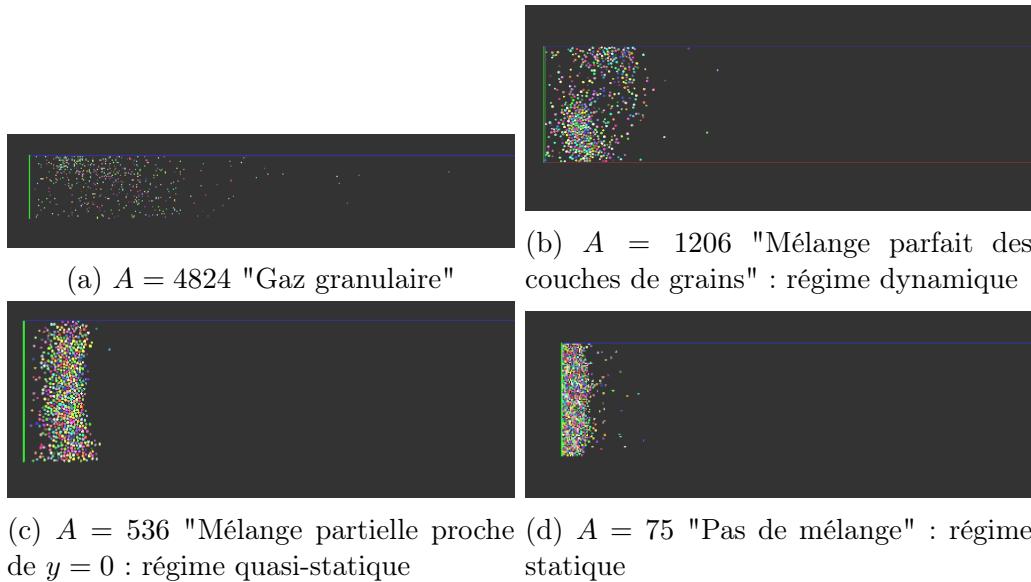


FIGURE 2.2 – Régimes

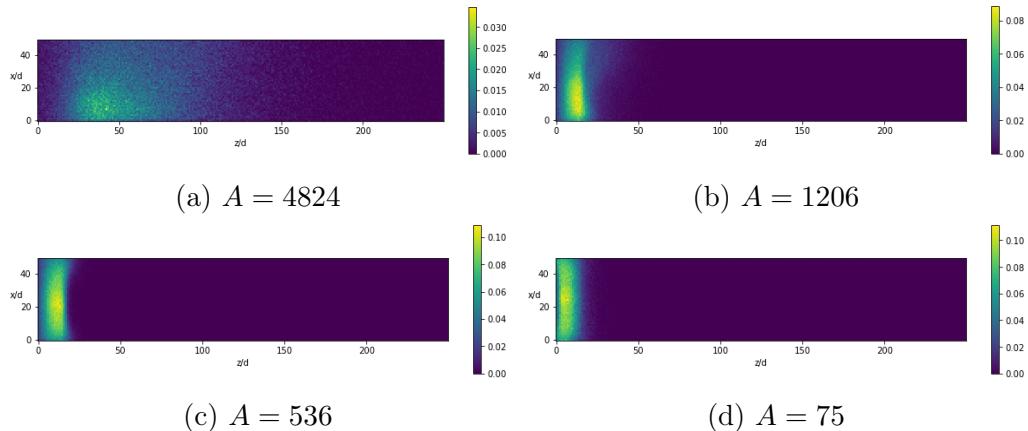


FIGURE 2.3 – Densité particulaire

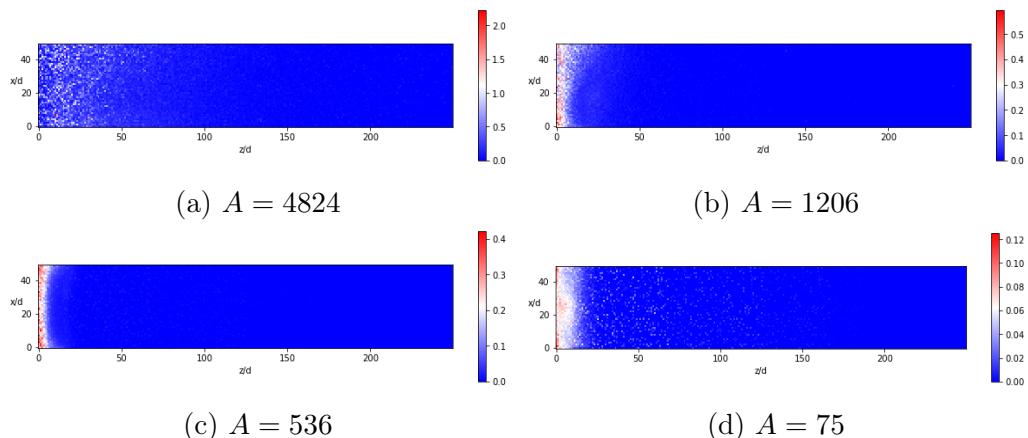


FIGURE 2.4 – Température granulaire

Nous observons que la densité particulaire diminue alors que la température granulaire augmente avec A . En effet, lorsqu'on augmente la fréquence des oscillations, les particules se

déplacent plus loin de la paroi et sont donc mieux réparties dans le domaine : le nombre de particules par unité de volume diminue. En contrepartie, le nombre de chocs entre particules augmente, ce qui explique l'augmentation de la température granulaire observée.

En outre, nous pouvons remarquer que le milieu granulaire s'apparente beaucoup à un gaz lorsque les oscillations sont rapides (grande fréquence) alors que son comportement se rapproche de celui d'un solide lorsque l'on diminue la fréquence.

Le régime en haut à droite favorise le plus le mélange tout en ayant une fréquence d'oscillation moins importante que le cas du gaz granulaire en haut à gauche.

Le régime en bas à gauche ne mélange que vers le bas au niveau de la paroi vibrante, c'est à partir de ce régime ci que l'on peut considérer la fréquence insuffisante au mélange.

2.3 Angle de friction

Ayant étudié les différents régimes en fonction de l'échelle d'accélération, nous souhaitons à présent analyser l'impact de l'angle de friction des particules sur le mélange.

Lorsque deux particules entrent en contact, l'angle de collision le plus probable est $\theta = 40^\circ$ (d'après la littérature scientifique [1]). Nous allons donc visualiser la densité particulaire et la température granulaire pour $\theta = 40^\circ$ et la comparer avec celles calculées pour une autre valeur de θ ($\theta = 26^\circ$). Nous réalisons ces simulations pour $A = 4824$ et $A = 1206$.

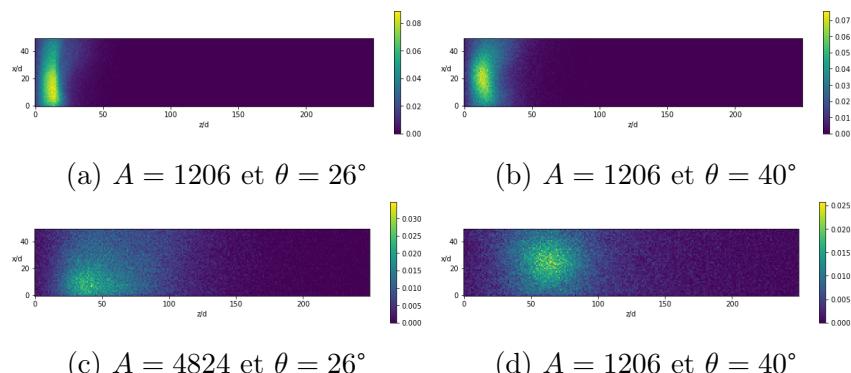


FIGURE 2.5 – Densité particulaire

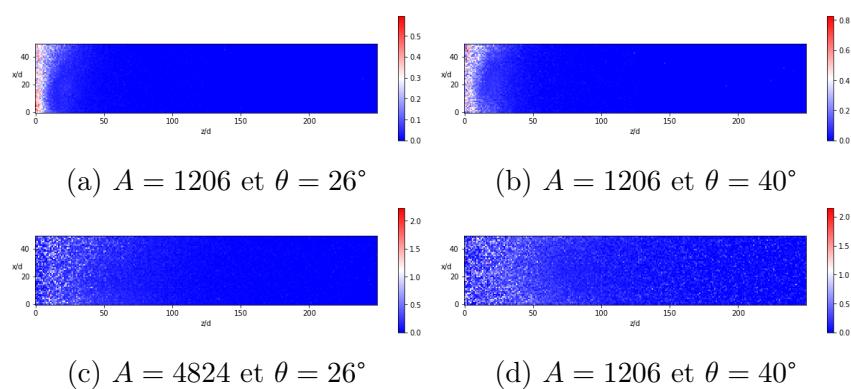


FIGURE 2.6 – Température granulaire

Nous remarquons grâce à ces résultats que la température granulaire augmente globalement et que les particules sont mieux réparties dans le domaine avec $\theta = 40^\circ$ qu'avec $\theta = 26^\circ$

où les grains sont plus agglomérés près de l'abscisse $x/d = 0$. A des valeurs supérieures à 40° , la densité particulaire moyenne est plus centrée vers le milieu de l'axe x mais également plus répartie sur l'axe x ce qui diminue les zones d'agglomérations de grains. De plus, la température granulaire augmente globalement et est plus étalé dans le milieu granulaire qu'avec l'angle de 26° . En effet, les grains sont plus agglomérés près d'une paroi avec $\theta = 26^\circ$. L'angle de friction a donc une influence non négligeable sur la densité particulaire et la température granulaire.

3. Conclusion

Au travers de l'analyse de la fréquence des oscillations de la paroi vibrante sur la densité particulaire et la température granulaire dans le milieu, nous avons pu observé différents régimes de mélange. Pour des fréquences élevées, nous pouvons définir le milieu comme un gaz granulaire tandis que l'on se rapproche du comportement des solides pour de faibles fréquences. L'angle de friction intervient également dans la répartition des grains dans le milieu et le mélange optimal se fait pour des angles supérieurs à 40°.

4. Sources

[1] Internal friction angle model of particles, Jiri Zegzulka, Jan Necas, Jiri Rozbroj, Daniel Gelnar, Álvaro Ramírez-Gómez Lucie Jezerska, february 2022.